

Indice

Prefazione	v
1 Concetti vari	1
1.1 Alcune definizioni di base	1
1.2 Insiemi numerabili e loro proprietà	3
1.3 Due teoremi sugli insiemi	7
1.4 Decomposizione di un intervallo chiuso e limitato	9
1.5 Problema della misurabilità degli insiemi e teorie della misura	13
1.6 Teoria della misura secondo Peano-Jordan	14
1.7 Insiemi limitati di misura nulla	19
1.8 Insiemi illimitati misurabili	22
1.9 Proprietà degli insiemi J-misurabili	23
1.10 Come calcolare la misura di un insieme misurabile E limi- tato o illimitato	24
1.11 Commento alla teoria della misura di Peano-Jordan	28
1.12 Teoria della misura secondo Lebesgue	30
1.13 Proprietà degli insiemi L-misurabili	34
1.14 Relazione tra insiemi J-misurabili e insiemi L-misurabili	35
1.15 Insiemi L-misura nulla	38
1.16 Punti singolari e punti di discontinuità di una funzione	40
1.17 I simboli $-\infty$ e $+\infty$ nel ruolo di punti singolari per una funzione	44
1.18 Funzioni generalmente continue	47
1.19 Esempi di funzioni generalmente continue	49

1.20	Funzioni continue a tratti	51
1.21	Funzioni monotòne e loro punti singolari	52
1.22	Operazione d'integrazione indefinita	53
2	Teoria dell'integrazione secondo Riemann per funzioni reali di una variabile reale	57
2.1	L'idea di fondo	57
2.2	Teoria dell'integrazione secondo Riemann	58
2.3	Criterio di integrabilità di Riemann	64
2.4	Criterio di integrabilità di Lebesgue-Vitali	70
2.5	Proprietà degli integrali	74
2.6	Commenti al teorema 2.14	79
2.7	Ampliamento della famiglia $\mathfrak{F}_R$ di funzioni inizialmente fissata da Riemann	80
2.8	Interpretazione geometrica dell'integrale	82
2.9	Integrali definiti	85
2.10	Funzioni integrali e primitive	88
3	Tecniche per la ricerca delle primitive delle funzioni continue	97
3.1	Riassunto di quanto sappiamo già sulle primitive	97
3.2	La famiglia $\mathfrak{F}_E$	99
3.3	Funzioni elementarmente integrabili, tabella degli integrali fondamentali e tabella generalizzata	101
3.4	Proprietà delle primitive	108
3.5	Uso della tabella generalizzata	111
3.6	Metodo d'integrazione per decomposizione in somma	118
3.7	Una famiglia di funzioni elementarmente integrabili: quella delle funzioni razionali	120
3.8	Calcolo degli integrali (3.14)	122
3.9	Calcolo delle costanti e dei coefficienti del polinomio $T(x)$ che compaiono nella formula di Hermite	125
3.10	Alcune osservazioni circa la costruzione della formula di decomposizione di Hermite	126

3.11	Metodo d'integrazione per parti	132
3.12	Metodo d'integrazione per sostituzione	143
3.13	Una notazione in uso	146
3.14	Alcuni tipi di funzioni irrazionali ad integrale indefinito razionalizzabile	147
3.15	Alcuni tipi di funzioni trascendenti ad integrale indefinito razionalizzabile	153
3.16	Metodo di sostituzione nel calcolo degli integrali definiti .	160
3.17	Commento alla teoria dell'integrazione di Riemann . . .	162
4	Teoria dell'integrazione per funzioni reali di una variabile reale generalmente continue	165
4.1	Relazione tra le famiglie di funzioni $\mathfrak{F}_R$ e $\mathfrak{F}_G$	165
4.2	Linea programmatica dell'esposizione del procedimento di associazione	167
4.3	"Procedimento di associazione" per le funzioni della prima sottofamiglia di $\mathfrak{F}_G$	168
4.4	L'operazione di limite come strumento di calcolo degli integrali	173
4.5	Esempi di funzioni generalmente continue a valori non negativi e calcolo di loro integrali	175
4.6	Proprietà degli integrali delle funzioni generalmente con- tinue a valori non negativi	184
4.7	"Procedimento d'associazione" per le funzioni appartenen- ti alla seconda sottofamiglia di $\mathfrak{F}_G$	186
4.8	"Procedimento d'associazione" per le funzioni appartenen- ti alla terza sottofamiglia di $\mathfrak{F}_G$	189
4.9	Accettabilità della definizione (4.19)	193
4.10	Conclusioni circa l'integrabilità delle funzioni generalmen- te continue e calcolo dei loro integrali	195
4.11	Esempi di funzioni generalmente continue a valori di segno qualunque e calcolo dei loro integrali se integrabili	198
4.12	Funzioni sommabili e proprietà dei loro integrali. Criteri di sommabilità	209

4.13	Uso dei teoremi enunciati per riconoscere la sommabilità di una funzione	218
4.14	Verifica dell'accettabilità del "procedimento di associazione" adottato e coordinamento tra le due teorie dell'integrazione	220
4.15	Relazione tra le due teorie dell'integrazione	223
4.16	Come si riconosce se una funzione generalmente continua è integrabile	226
4.17	Funzioni generalmente continue non integrabili e loro in- tegrali impropri (o generalizzati)	227
4.18	Integrali impropri di particolare interesse	232